

# 泵用新抛物线转子的型线研究与轻量化设计

李玉龙\* 刘萍 臧勇 范钧 陈莹  
(宿迁学院机电工程学院 宿迁 223800)

## Novel Parabolic Rotor of Roots Pump: A Theoretical Study

Li Yulong\*, Liu Ping, Zang Yong, Fan Jun, Cheng Ying  
(School of Mechanical and Electrical Engineering, Suqian College, Suqian 223800, China)

**Abstract** A novel parabolic rotor of Roots pump was developed. The mathematical study of parabolic rotor included: the formulation of geometric relationship, parameterization of 3D model, derivation of ideal and realistic shape-profiles, upper-limits of shape-factor and coordinate equation. The upper-limits of shape-factor for 2-, 3- and 4-lobes were 1.4871, 1.3865 and 1.3159, respectively. The influence of the pitch-circle radius and shape-factor on Roots pump's volume, approximated by a wrapping cubic volume of rotor-pair, was investigated for design optimization. The optimized parabolic rotor with 3-lobes was simulated. The results show that the new parabolic rotor is capable of reducing the conjugate leakage and easing the dynamic imbalance because of larger integrated curvature radius and simpler geometric feature at the top. However, its optimal shape-factor was 1.367, instead of 1.3865, suggesting a further design optimization of rotor geometry.

**Keywords** Roots pump, Parabolic rotor, Shape coefficient, Volume utilization coefficient, Optimization design

**摘要** 为降低共轭泄漏和缓解转子的动不平衡,提出一款新的抛物线转子。基于抛物线的成形原理,从几何关系、理论型线、实际型线、取值上限、坐标方程和参数化模型等6个方面展开研究;其次,以节圆半径和形状系数为设计变量,转子副所占方体空间的最小体积为目标函数,构建优化模型和实例分析。结果表明:抛物线转子因更大的综合曲率半径和较小的顶部几何特征,既能降低共轭泄漏,又能缓解转子动不平衡,最大形状系数为2叶的1.4871,3叶的1.3865,4叶的1.3159;非1.3865最大形状系数的1.367最优值,说明转子尺寸须优化。

**关键词** 罗茨泵 抛物线转子 形状系数 容积利用系数 优化设计

中图分类号: TB752+.26; TH166

文献标识码: A

doi: 10.13922/j.cnki.cjovst.2019.11.06

罗茨泵是一种回转式容积泵,属于非接触式转子泵的一种,应用广泛。其一对主、从转子的形状与尺寸完全一致,转子轮廓也直接决定了泵的性能,其中,渐开线、圆弧转子最为常见<sup>[1-4]</sup>。虽然渐开线齿廓因设计、加工、检测及装配等方面的优越性,长期占据统治地位;但其固有的“凸-凸”啮合方式,将导致相对较小的当量曲率半径,从而降低齿轮副的传动性能<sup>[5]</sup>。而“凸-凹”的啮合方式却能较好地弥补这一不足,其中,圆弧、抛物线为最主要的两种部分

“凸-凹”齿廓,也是国内齿轮技术的发展方向<sup>[6]</sup>。目前,圆弧轮廓早已在转子方面得到广泛应用<sup>[4]</sup>,但抛物线轮廓却很少,现有文献[7]虽然给出研究结果,但并没有给出研究过程。鉴于此,拟就抛物线在罗茨泵转子上的应用,作进一步的深入研究与分析。

### 1 几何关系

罗茨转子属于非接触式转子,对共轭表面的加

收稿日期: 2019-06-22

基金项目: 四川省教育厅自然科学重点资助项目(16ZA0382); 北京卫星制造厂资助项目(20804); 宿迁学院高层次人才资助项目(201805)

\* 联系人: E-mail: leo-world@163.com

工质量要求不高,所以,圆弧、抛物线转子在罗茨泵上的应用,目的不在于提高齿面的承载能力。

文献[5]通过“当量圆柱-平面”的等效模型,分析了曲面缝隙间的介质泄漏流,认为综合曲率半径越大,泄漏越小。渐开线转子属于“凸-凸”的共轭方式,因此共轭间隙内的泄漏大;而圆弧、抛物线转子属于部分“凸-凹”共轭方式,泄漏相对要小。

图1给出了圆弧、抛物线转子的轮廓比较,直观可见圆弧比抛物线转子的峰部要大,能相对缓解转子系统的动不平衡,降低振动故障。另一方面抛物线相对比较平坦,其综合曲率半径更大,更利于降低共轭间隙内的泄漏。另外,随着现代数控滚齿机的出现,完全能够实现抛物线转子的高精度加工,加工上无额外要求。

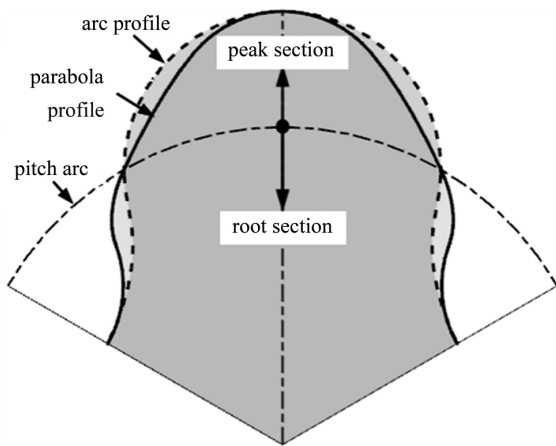


图1 圆弧型线与抛物线型线比较  
Fig.1 Profiles of arc and parabola rotors

在图2半叶转子型线的 $x_0, y_0$ 坐标系中,其理论型线由峰圆弧段 $1s$ ,抛物线段 $sp$ ,共轭段 $pe$ ,和谷圆弧段 $e2$ 的四部分组成。其中,段 $1s$ 的圆心 $p_s$ 位于节圆和峰轴的交点上,段 $sp$ 起点 $s$ 处的曲率中心为 $o_s$ ;段 $e2$ 的圆心 $p_e$ 位于节圆和谷部的对称轴线(简称谷轴)上;段 $1s$ 、 $e2$ 为不参与共轭运动的非工作轮廓, $sp$ 、 $pe$ 为工作轮廓。

设 $s$ 、 $p$ 、 $e$ 的坐标为 $(x_s, y_s)$ 、 $(x_p, y_p)$ 、 $(x_e, y_e)$ ,令  

$$y = \lambda r - \frac{x^2}{2k}; \varphi = \frac{\pi}{N}; r_n = [\varepsilon(\lambda) - 1]r; \sigma = \frac{\varphi}{2} \quad (1)$$

式中 $r$ 为节圆半径; $\varepsilon$ 为形状系数; $k$ 、 $\lambda$ 为抛物线的定义系数; $\varphi$ 为转子型线的中心角; $r_n$ 为段 $1s$ 、 $e2$ 的半径; $N$ 为转子的叶数。

图2中,点 $p$ 既在抛物线上,又在节圆上,则由

$$x_p = r \sin \sigma; y_p = \lambda r - \frac{x_p^2}{2k} = r \cos \sigma \quad (2)$$

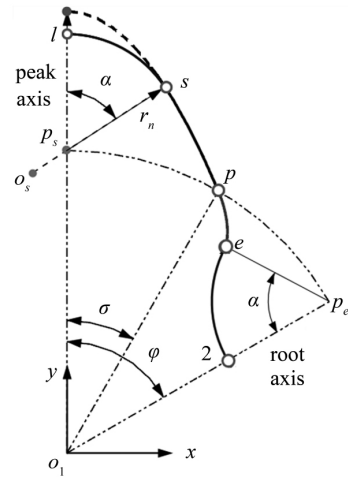


图2 抛物线转子的几何关系  
Fig.2 Geometric relationship of parabola rotor

得

$$k(\lambda, r, N) = r \frac{\sin^2 \sigma}{2(\lambda - \cos \sigma)} \quad (3)$$

设点 $s$ 处的切线与 $-x$ 轴的夹角为 $\gamma_s$ ,段 $1s$ 、 $e2$ 的圆心角为 $\alpha$ ,由 $\alpha = \gamma_s$ ,即

$$y' = -\frac{x}{k} \Rightarrow \tan \gamma_s = \frac{x_s}{k} = \tan \alpha = \frac{x_s}{y_s - r} \quad (4)$$

式中 $y'$ 为抛物线方程的一阶导数;得

$$x_s = \sqrt{r_n^2 - k^2}; y_s = \lambda r - \frac{x_s^2}{2k} = k + r \quad (5)$$

及

$$\left. \begin{aligned} r_n(\lambda, r, N) &= \sqrt{k[2r(\lambda - 1) - k]} \\ \varepsilon(\lambda, r, N) &= 1 + \frac{r_n}{r} \\ \alpha(\lambda, r, N) &= \cos^{-1}(k/r_n) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

## 2 理论型线

图3中,设点 $m(x_m, y_m)$ 为 $o_1$ 段2上的任意一点,对应的曲率中心设为 $o_m$ ;瞬心为 $p_m$ ;过 $m$ 点的切线与 $x$ 轴反方向的夹角为 $\gamma_m$ ;  $o_1 p_m$ 连线与 $y$ 轴的夹角为 $\theta_{pm}$ ;  $m p_m$ 连线的长度为 $\rho_{pm}$ ;其与 $x$ 轴的夹角为 $\beta_m$ 。

$x_m$ 介于 $x_s$ 与 $x_p$ 之间,则由

$$x_m(t) = x_s + (x_p - x_s)t; y_m(t) = \lambda r - \frac{x_m^2}{2k} \quad (7)$$

式中 $t$ 为 $0 \sim 1$ 间的变量。得

$$r_m(t) = \sqrt{x_m^2(t) + y_m^2(t)}; \tan \gamma_m(t) = \frac{x_m}{k}; \tan \beta_m(t) = \frac{k}{x_m} \quad (8)$$

式中  $r_m$  为  $o_1m$  连线的长度。

由

$$x_{pm}^2 + y_{pm}^2 = r; \operatorname{tg}\beta_m(t) = \frac{y_m - y_{pm}}{x_m - x_{pm}} = \frac{k}{x_m} \quad (9)$$

得

$$\left. \begin{aligned} x_{pm}^2 + Bx_{pm} + C &= 0; \\ B &= \frac{2kx_m(y_m - k)}{x_m^2 + k^2}; C = \frac{x_m^2[(y_m - k)^2 - r^2]}{x_m^2 + k^2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

则

$$\left. \begin{aligned} x_{pm}(t) &= \frac{1}{2} \sqrt{B^2 - 4C} - \frac{1}{2} B; \theta_{pm} = \sin^{-1} \frac{x_{pm}}{r} \\ \rho_{pm} &= \frac{x_m - x_{pm}}{\cos\beta_m} = \frac{x_m - x_{pm}}{x_m} \sqrt{k^2 + x_m^2} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

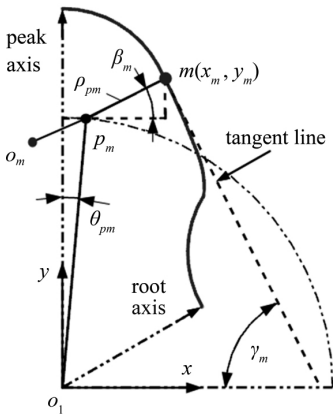


图3 抛物线转子的理论型线

Fig.3 Theoretical shape profile of parabolic rotor

### 3 实际型线

图 4 中, 由于间隙  $\delta$  的存在, 实际型线则由理论型线的内偏置  $0.5\delta$  得到。

设  $m$  为段  $sp$  上的任意点, 对应  $0.5\delta$  的内、外偏置点为  $m_{\delta i}、m_{\delta o}$ , 其中  $m_{\delta i}$  即为峰部实际共轭型线上的任意点,  $m_{\delta o}$  为用于求谷部实际共轭型线。设点  $m_{\delta i}、m_{\delta o}$  相应的半径和与  $y$  轴的夹角, 分别为  $r_{\delta i}、r_{\delta o}$  和  $\theta_{\delta i}、\theta_{\delta o}$ 。

在  $o_1p_m m_{\delta i}$  和  $o_1p_m m_{\delta o}$  中, 由

$$\vartheta_m = \pi - (\gamma_m - \theta_{pm}) \quad (12)$$

式中  $\vartheta_m = \angle o_1p_m m_{\delta i}$ ;  $^\circ$  得

$$\left. \begin{aligned} r_{\delta i}(t, \delta) &= \sqrt{r^2 + (\rho_{pm} - \delta/2)^2 - 2r(\rho_{pm} - \delta/2) \cos\vartheta_m} \\ \theta_{\delta i}(t, \delta) &= \sin^{-1}(\sin\vartheta_m(\rho_{pm} - \delta/2)/r_{\delta i}) + \theta_{pm} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

及

$$\left. \begin{aligned} r_{\delta o}(t, \delta) &= \sqrt{r^2 + (\rho_{pm} + \delta/2)^2 - 2r(\rho_{pm} + \delta/2) \cos\vartheta_m} \\ \theta_{\delta o}(t, \delta) &= \sin^{-1}(\sin\vartheta_m(\rho_{pm} + \delta/2)/r_{\delta o}) + \theta_{pm} \\ x_{\delta o}(t, \delta) &= r_{\delta o} \sin\theta_{\delta o}; y_{\delta o}(t, \delta) = r_{\delta o} \cos\theta_{\delta o} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

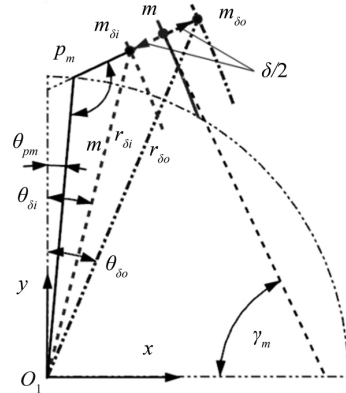


图4 抛物线转子的实际型线

Fig.4 Realistic shape profile of parabolic rotor

### 4 坐标方程

设段  $1s、sp、pe、e2$  实际型线上任意一点的坐标为  $(x_1, y_1)、(x_2, y_2)、(x_3, y_3)、(x_4, y_4)$ , 则得<sup>[8]</sup>

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ r \end{bmatrix} + (r_n - 0.5\delta) \begin{bmatrix} \sin(\alpha t) \\ \cos(\alpha t) \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = r_{\delta i} \begin{bmatrix} \sin\theta_{\delta i} \\ \cos\theta_{\delta i} \end{bmatrix} \quad (15)$$

和

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \end{bmatrix} = 2r \begin{bmatrix} \sin(\varphi - \theta_{pm}) \\ \cos(\varphi - \theta_{pm}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\cos(\varphi - 2\theta_{pm}) & -\sin(\varphi - 2\theta_{pm}) \\ +\sin(\varphi - 2\theta_{pm}) & -\cos(\varphi - 2\theta_{pm}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{\delta o} \\ y_{\delta o} \end{bmatrix} \quad (16)$$

及

$$\begin{bmatrix} x_4 \\ y_4 \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \sin\varphi \\ \cos\varphi \end{bmatrix} - (r_n + 0.5\delta) \begin{bmatrix} \sin(\varphi + \alpha t) \\ \cos(\varphi + \alpha t) \end{bmatrix} \quad (17)$$

### 5 取值上限

图 5 给出了从转子  $o_2$  型线段  $sp$  上的任意一点  $m$  与主转子  $o_1$  型线段  $pe$  的共轭情况。其中, 点  $m$  在段  $sp$  上的曲率半径设为  $\rho_m$ , 曲率中心为  $o_m$ ; 点  $m$  在段  $pe$  上的曲率半径为  $\rho_c$ , 曲率中心为  $o_c$ ; 其它定义与图 3 同。

由

$$y' = -\frac{x}{k}; y'' = -\frac{1}{k} \quad (18)$$



1.4871 3 叶的 1.3865 4 叶的 1.3159。

(3) 非 1.3865 最大形状系数的 1.367 最优值, 说明转子尺寸须优化。

#### 参 考 文 献

- [1] 刘 坤, 李培印, 李 强, 等. 三轴罗茨真空泵的抽气理论和结构设计 [J]. 真空科学与技术学报, 2015, 35(08): 934 - 939
- [2] Wang J, Cui D, Pang X, et al. Geometric Design and Performance Analysis of a Novel Smooth Rotor Profile of Claw Vacuum Pumps [J]. Vacuum, 2017, 143: 174 - 184
- [3] 李玉龙, 范 钧, 李光宇, 特. 高形转子基于渐开线齿廓的型线构造方法研究 [J]. 真空科学与技术学报, 2019, 39(05): 387 - 389
- [4] 李玉龙, 张宸赫, 冉光泽. 泵用圆弧转子造型与尺寸的参数化与最优化研究 [J]. 机械传动, 2018, 42(12): 146 - 149
- [5] 玉 龙. 外啮合齿轮泵侧隙流量的精确计算 [J]. 排灌机械工程学报, 2013, 31(08): 656 - 661
- [6] 张淑艳, 郭 辉, 侯圣文. 新型点接触抛物线齿轮齿面展成及参数特性研究 [J]. 机械强度, 2013, 35(4): 442 - 447